На правах рукописи

Четвертакова Евгения Сергеевна

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО И АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ О ДЕГРАДАЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ НАДЕЖНОСТИ

Специальность 05.13.17 – Теоретические основы информатики

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Новосибирск – 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель:	доктор технических наук, доцент **Чимитова Екатерина Владимировна**
Официальные оппоненты:	**Кошкин Геннадий Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», кафедра системного анализа и математического моделирования, профессор;
	Агафонов Евгений Дмитриевич, доктор технических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева», кафедра системного анализа и исследования операций, профессор.
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники», г. Томск

Защита диссертации состоится «19» мая 2022 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, I корпус, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте http://www.nstu.ru.

Автореферат разослан «___» марта 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Фаддеенков Андрей Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования. В настоящее время наблюдается бурное развитие новых технологий, промышленность выпускает сложные, высоконадежные и дорогостоящие изделия, и, вместе с тем, ужесточаются требования к технической документации на продукцию, где отмечаются основные характеристики надежности. Необходимость анализа качества, эффективности использования выпускаемых изделий и их способности безотказно осуществлять свои функции привело к интенсивному развитию математических методов, с помощью которых можно выявить закономерности появления отказов устройств и оценить показатели надежности. Большой вклад в развитие математического аппарата теории надежности внесли Б.В. Гнеденко, И.А. Ушаков, Ю.К. Беляев, В.В. Рыков, М.С. Никулин, А.В. Антонов, V. Bagdonavicius, N. Balakrishnan, D.R. Cox, W. Nelson, W. Meeker, J.F. Lawless, M. Crowder, G.A. Whitmore и другие.

Как правило, для построения вероятностной модели распределения наработок до отказа и оценки показателей надежности проводят специальным образом организованные испытания. Однако в случае, когда речь идет о высоконадежных изделиях, данных только об отказах таких изделий для оценки функции надежности может быть недостаточно, поскольку в период проведения эксперимента наступление отказов наблюдается крайне редко, что сильно ограничивает точность любых прогнозов. Существует два возможных способа получить дополнительную информацию о надежности изделий: первый заключается в проведении ускоренных испытаний, когда изделия подвергаются повышенным нагрузкам, в результате чего отказы наступают раньше; второй способ состоит в измерении значений некоторого показателя, характеризующего процесс старения (деградации) изделия. При этом момент времени, когда значение деградационного показателя достигает критического уровня, считается временем наступления отказа.

Зачастую сроки разработки систем являются ограниченными, что, в свою очередь, накладывает жесткие ограничения на возможную продолжительность испытаний на надежность при использовании методики ускоренных испытаний. Поэтому такой подход требует достаточно большой выборки объектов, каждый из которых будет подвергнут высоким нагрузкам и, возможно, выведен из строя. При использовании второго подхода в ходе эксперимента фиксируются значения показателя деградации объекта с некоторым интервалом времени до момента отказа, а затем все данные о деградации используются для получения оценки надежности. Оба этих подхода можно совместить, наблюдая процессы деградации и наступление отказов изделий, эксплуатирующихся при повышенных нагрузках. В качестве нагрузок могут выступать температура, давление, напряжение, механические нагрузки и другие. В связи с этим, вероятностную модель надежности, построенную на основе данных об изменении деградационного показателя, принято называть деградационной моделью. В случае, когда принимается во внимание влияние повышенных нагрузок, так называемых объясняющих переменных или ковариат, построенная модель называется деградационной моделью с учетом влияния объясняющих переменных.

Существует множество различных типов деградационных моделей в зависимости от сделанных предположений о виде модели: выбора базового распределения приращений показателя деградации, параметров заданного распределения, выбранной функции тренда показателя деградации и функции влияния объясняющих переменных. Широкую распространенность в задачах анализа реальных данных получили деградационные гамма- и винеровская модели. Особое преимущество данные модели имеют благодаря тому, что гамма- и нормальное распределения обладают свойством устойчивости относительно суммирования (воспроизводимость по параметру), за счет чего можно легко определить распределение исследуемой случайной величины – показателя деградации в некоторый момент времени, а затем оценить требуемую вероятность безотказной работы. Вопросам построения деградационных моделей на основе гамма- и нормального распределений посвящены работы А. Антонова, М. Никулина, N. Balakrishnan, V. Bagdonavicius, J.F. Lawless, C. Zhang, X. Wang и другие.

Для описания разброса значений показателя деградации от объекта к объекту используют так называемые деградационные модели со случайным параметром (random-effect models). При работе с данными моделями необходимо принимать во внимание, что число неизвестных параметров модели будет больше по сравнению с количеством параметров для модели без случайного параметра, вследствие чего точность оценивания параметров модели может падать. С другой же стороны, если разброс измеряемых значений от объекта к объекту довольно велик, использование модели без случайного параметра может оказаться нецелесообразным, а введение такого параметра в модель может значительно повысить точность оценивания.

Несмотря на большую популярность в изучении деградационных гамма- и винеровской моделей, основной проблемой при их использовании остается отсутствие математического аппарата для проверки статистических гипотез о виде модели, в то время как проверка данной гипотезы является обязательным этапом построения вероятностных моделей.

Цель и задачи исследований. Целью настоящей работы является развитие методов прикладной математической статистики для проверки гипотез о виде деградационных моделей. Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

1. Исследование статистических свойств оценок максимального правдоподобия (ОМП) параметров деградационных гамма- и винеровских моделей.
2. Разработка и исследование статистических критериев, позволяющих определить значимость дисперсии случайного параметра деградационной гамма- или винеровской модели.
3. Разработка алгоритма корректного применения критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга для

проверки сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей.

4. Разработка программного обеспечения оценивания параметров и проверки гипотез относительно деградационных гамма- и винеровской деградационных моделей.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовались методы математической статистики, теории вероятностей, математического программирования и статистического моделирования.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

– на основе результатов исследования свойств ОМП параметров деградационных гамма- и винеровской моделей показано, что в случае близкой к нулю дисперсии случайного параметра применение модели со случайным параметром приводит к снижению точности оценок регрессионных параметров и параметров тренда;

– впервые предложены статистические критерии, позволяющие определить значимость дисперсии случайного параметра деградационной гамма- и винеровской моделей;

– на основе результатов исследования распределений статистик и мощности критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга разработан алгоритм проверки сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей.

Основные положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие результаты:

1. Результаты исследования статистических свойств ОМП параметров деградационных гамма- и винеровских моделей, демонстрирующие зависимость точности оценок от величины дисперсии случайного параметра.

2. Критерии проверки гипотезы о незначимости дисперсии случайного параметра деградационной гамма- и винеровской моделей.

3. Алгоритм проверки гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей с использованием критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга. Применение критериев базируется на статистическом моделировании требуемых распределений статистик, осуществляемом в интерактивном режиме проводимого анализа.

4. Программное обеспечение построения и проверки гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей.

Личный творческий вклад автора заключается:

– в проведении исследований статистических свойств ОМП параметров деградационных гамма- и винеровской моделей;

– в разработке и исследовании критериев, позволяющих определить значимость дисперсии случайного параметра деградационных гамма- и винеровской моделей;

– в проведении исследований распределений статистик и мощности критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга при проверке гипотез о виде деградационных моделей;

– в разработке программного обеспечения, реализующего построение деградационных гамма- и винеровской моделей надежности и предложенные алгоритмы проверки гипотез о виде моделей;

– в решении задач анализа реальных данных с использованием разработанных алгоритмов и программного обеспечения.

Практическая ценность и реализация результатов. Результаты диссертационного исследования могут использоваться при решении задач анализа надежности, в биомедицине, социологии, экономике, пищевой промышленности и других областях.

Исследования и разработка программного обеспечения проводились при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (соглашение №14.B37.21.0860 от 6 сентября 2012 г.), а также в рамках проектной части государственного задания (проекты № 2.541.2014/К и № 1.1009.2017/4.6).

Для программной системы статистического анализа данных типа времени жизни «LiTiS», в рамках которой были разработаны программные модули, позволяющие строить деградационные модели надежности, в частности гамма- и винеровские деградационные модели, получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016619972 (2016 г.) – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент), представленное в Приложении В.

Результаты диссертационного исследования были внедрены в практику деятельности ООО «Эко-Томск», что подтверждается соответствующим актом о внедрении.

Соответствие диссертационной работы паспорту научной специальности. Содержание диссертационной работы соответствует п.5 области исследований «Разработка и исследование моделей и алгоритмов анализа данных, обнаружения закономерностей в данных и их извлечениях, разработка и исследование методов и алгоритмов анализа текста, устной речи и изображений» паспорта специальности научных работников 05.13.17 – «Теоретические основы информатики» по техническим наукам.

Апробация работы. Результаты работы были представлены на международном семинаре по моделированию “International Workshop on Simulation”, Вена, Австрия, 2015 г.; международной конференции “Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing”, Глазго, Шотландия, 2017 г.; международном семинаре “Applied methods of statistical analysis”, Новосибирск, 2013 г., 2015 г., 2017 г. и 2019 г.; международном форуме “International Forum om Strategic Technology”, Новосибирск, 2016 г., международной научно-технической конференции “Актуальные проблемы электронного приборостроения”, Новосибирск, 2014 г., 2016 г. и 2018г.; российской научно-технической конференции “Обработка информационных сигналов и математическое моделирование”, Новосибирск, 2013 г., 2014 г., 2015 г. и 2016 г.; всероссийской научной конференции молодых ученых “Наука. Технологии. Инновации”, Новосибирск, 2012 г., 2014 г. и 2015 г.; конференции молодых исследователей “Progress through innovations”, Новосибирск, 2015 г.

Публикации. Результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 24 печатных работах, в том числе 3 статьях в научных журналах и изданиях, рекомендуемых ВАК РФ, 6 статьях в рецензируемых международных изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus, 14 публикациях в материалах международных и российских конференций. Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав основного содержания, заключения, списка литературы и 3 приложений. Основное содержание представлено на 113 страницах, включая 31 таблицу, 25 рисунков и список литературы из 112 источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, определены научная новизна и практическая ценность работы, дано краткое содержание работы по разделам.

В первой главе основной части диссертационной работы рассмотрены деградационные гамма- и винеровская модели, описан метод максимального правдоподобия для оценивания параметров деградационных моделей, а также проведен анализ статистических свойств оценок параметров моделей.

Деградационные модели надежности применяются для решения двух видов задач:

– оценка остаточного времени безотказной работы для некоторого конкретного объекта;

– оценка распределения времен наработки до отказа для расчета основных показателей надежности совокупности однородных объектов.

Прогноз остаточного времени безотказной работы получают на основе данных о деградации одного конкретного объекта с использованием как параметрических авторегрессионных моделей, так и таких методов машинного обучения, как рекуррентные нейронные сети, градиентный бустинг, скрытые марковские модели и другие. Для построения вероятностной модели надежности, на основе которой получают оценки показателей надежности, требуются данные о деградации некоторой выборки объектов из исследуемой генеральной совокупности. В настоящей диссертационной работе рассматриваются деградационные модели надежности для решения второй задачи – оценивания распределения времен наработки до деградационного отказа.

Сформулируем основные предположения, лежащие в основе построения деградационных моделей надежности. Пусть случайный процесс $Z(t)$, характеризующий процесс деградации исследуемых изделий и называемый *деградационным процессом*, удовлетворяет следующим условиям:

1. $Z(0)=0$;
2. $Z(t)$ является случайным процессом с независимыми приращениями;
3. математическое ожидание случайного процесса $M(Z(t))$ – положительная возрастающая функция.
4. приращения $\Delta Z(t)=Z(t+\Delta t)-Z(t)$ подчиняются некоторому распределению с функцией плотности $f(t;\theta)$, где Δt – положительное приращение по времени, θ – вектор параметров распределения.

Предполагается, что деградационный процесс наблюдается при некоторой постоянной во времени *нагрузке (ковариате)* x, диапазон значений которой определяется условиями проведения эксперимента и представляет собой отрезок числовой прямой. В общем случае ковариата x представляет собой векторную величину, поскольку может учитываться влияние нескольких факторов, например температуры, напряжения, давления и прочих. Однако в настоящей работе для упрощения математических выражений ковариата рассматривается как скалярная величина.

Влияние ковариаты x на изменение показателя деградации будем учитывать так же, как это делается в модели ускоренных испытаний:

$$Z_x(t)=Z\left(\frac{t}{r(x;\beta)}\right),$$

где $r(x;\beta)$ – положительная функция, β – регрессионный параметр.

Обозначим математическое ожидание случайного процесса $Z_x(t)$ через

$$M\left(Z_x(t)\right)=m_x(t),$$

где $m_x(t)$ – положительная возрастающая функция. Будем называть ее *функцией тренда* показателя деградации.

Таким образом, *время наработки до отказа*, которое зависит от ковариаты x, представляет собой случайную величину

$$T_x=\sup\{t:Z_x(t)<\tilde{z}\}.$$

Для удобства введем следующее обозначение функции тренда:

$$m_x(t)=\gamma_0\cdot\upsilon_x(t), \qquad (1)$$

где $\upsilon_x(t)$ – положительная возрастающая функция.

Функцией надежности называется вероятность безотказной работы за время t:

$$S_x(t)=P\{T_x>t\}=P\{Z_x(t)<\tilde{z}\},$$

где $\tilde{z}$ – критическое значение показателя деградации, при достижении которого фиксируется отказ объекта.

Деградационный процесс $Z_x(t)$ является *деградационным гамма-процессом*, если приращение $\Delta Z_x(t) = Z_x(t+\Delta t) - Z_x(t)$ подчиняется гамма-распределению с функцией плотности

$$f_{Gamma}\left(u;\sigma,\Delta\nu_x(t)\right) = \left(\frac{u}{\sigma}\right)^{\Delta\nu_x(t)-1} \frac{\mathrm{e}^{-u/\sigma}}{\sigma\cdot\Gamma\left(\Delta\nu_x(t)\right)},$$

где $\Delta\nu_x(t) = \left(m_x(t+\Delta t) - m_x(t)\right)/\sigma$ – параметр формы, $\sigma > 0$ – параметр масштаба.

Функция надёжности для рассматриваемой деградационной гамма-модели принимает вид:

$$S_x(t) = P\{T_x > t\} = P\{Z_x(t) < \tilde{z}\} = F_{Gamma}\left(\tilde{z};\sigma,\frac{m_x(t)}{\sigma}\right) \quad (2)$$

где $F_{Gamma}(\cdot)$ – функция распределения гамма-распределения.

Для учета разброса значений деградационного показателя от объекта к объекту будем рассматривать параметр $\xi = \sigma^{-1}$ в гамма-модели в качестве случайной величины, имеющей гамма-распределение с параметрами δ^{-1} и η:

$$\xi \sim F_{Gamma}\left(t;\delta^{-1},\eta\right),$$

где параметр δ^{-1} является параметром масштаба, а параметр η – параметром формы. Выбор параметра масштаба σ в качестве случайной величины, отвечающей за разброс значений показателя деградации между объектами, обусловлен тем, что значения данного параметра оказывают влияние на величину наклона функции тренда.

Поскольку математическое ожидание случайной величины ξ равно $M\xi = \eta/\delta$, а дисперсия $D\xi = \eta/\delta^2$, получаем, что параметр масштаба σ имеет математическое ожидание, равное $M\sigma = \delta/(\eta-1)$, а также дисперсию[1]

$$D\sigma = \frac{\delta^2}{(\eta-1)^2(\eta-2)}$$

при $\eta > 2$. Тогда маргинальная функция распределения для $Z_x(t)$ в некоторый фиксированный момент времени будет записана как:

$$f_{Z_x(t)}\left(u;\delta,\eta,\nu_x(t)\right) = \int_0^\infty f_{Gamma}\left(u;\omega^{-1},\nu_x(t)\right) f_{Gamma}\left(\omega;\delta^{-1},\eta\right) d\omega =$$

$$= \frac{u^{\nu_x(t)-1}\delta^\eta}{(u+\delta)^{\nu_x(t)+\eta}} \mathrm{B}^{-1}\left(\nu_x(t);\eta\right),$$

[1] Lawless J. Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure / J. Lawless, M. Crowder // Lifetime Data Analysis. – 2004. – V. 10. – P. 213–227.

где $B(x,y)=\int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1}\,dt$ при $x>0$, $y>0$ – бета-функция (интеграл Эйлера I рода). Параметр формы $\nu_x(t)$ в таком случае равен:

$$\nu_x(t)=\frac{(\eta-1)\cdot m_x(t)}{\delta}.$$

Следует отметить, что величина $\dfrac{\eta}{\delta\cdot\nu_x(t)}\cdot Z_x(t)$ будет иметь распределение Фишера с параметрами $2\nu_x(t)$ и 2η. В таком случае функция надежности деградационной гамма-модели со случайным параметром запишется следующим образом:

$$S_x(t)=P\{T_x>t\}=P\{Z_x(t)<\tilde{z}\}=\int_0^{\tilde{z}} f_{Z_x(t)}\left(u;\delta,\eta,\nu_x(t)\right)du=$$

$$=F\left(\frac{\eta\cdot\tilde{z}}{\delta\cdot\nu_x(t)};\,2\nu_x(t),\,2\eta\right), \tag{3}$$

где $F(\cdot)$ – функция распределения Фишера.

Деградационный процесс $Z_x(t)$ является *винеровским деградационным процессом*, если приращения $\Delta Z_x(t)=Z_x(t+\Delta t)-Z_x(t)$ подчиняются нормальному распределению с функцией плотности

$$f_N\left(u;\Delta s_x(t),\Delta\zeta_x(t)\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\Delta\zeta_x(t)}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\Delta s_x(t)}{\Delta\zeta_x(t)}\right)^2},$$

где $\Delta s_x(t)=m_x(t+\Delta t)-m_x(t)$ – это параметр сдвига, а $\Delta\zeta_x(t)=\sigma\sqrt{\upsilon_x(t+\Delta t)-\upsilon_x(t)}$ – параметр масштаба, функция $\upsilon_x(t)$ определена в выражении (1).

Функция надёжности для рассматриваемой винеровской деградационной модели принимает вид:

$$S_x(t)=P\{T_x>t\}=P\{Z_x(t)<\tilde{z}\}=\Phi\left(\frac{\tilde{z}-m_x(t)}{\sigma\cdot\sqrt{\upsilon_x(t)}}\right), \tag{4}$$

где $\Phi(\cdot)$ – функция стандартного нормального распределения.

Поскольку параметр γ_0 функции тренда $m_x(t)$ характеризует, по сути, скорость роста показателя деградации, то в случае винеровской модели для учета разброса значений деградационного показателя от объекта к объекту параметр $\xi=\gamma_0$ будем рассматривать как случайную величину, имеющую усеченное нормальное распределение с функцией плотности:

$$f_{trunc}(u;\mu,\delta)=\frac{f_N(u;\mu,\delta)}{1-F_N(0;\mu,\delta)}, \tag{5}$$

где $f_N(\cdot)$, $F_N(\cdot)$ – функции плотности и распределения нормального закона, соответственно, параметр μ является параметром сдвига, а параметр δ – параметром масштаба.

В случае винеровской модели со случайным параметром маргинальная функция плотности для $Z_x(t)$ в фиксированный момент времени равна:

$$f_{Z_x(t)}\left(u;\upsilon_x(t),\sigma,\mu,\delta\right)=\int_0^\infty f_N\left(u;\omega\cdot\upsilon_x(t),\sigma\sqrt{\upsilon_x(t)}\right)f_{trunc}\left(\omega;\mu,\delta\right)d\omega .$$

Тогда функция надёжности для винеровской деградационной модели со случайным параметром будет вычисляться по формуле:

$$S_x(t)=P\{T_x>t\}=P\{Z_x(t)<\tilde{z}\}=\int_0^{\tilde{z}} f_{Z_x(t)}\left(u;\upsilon_x(t),\sigma,\mu,\delta\right)du . \qquad (6)$$

Пусть для каждого из n случайно отобранных из генеральной совокупности объектов получены измерения показателя деградации в виде случайного процесса $Z^i(t)$, а также соответствующая величина нагрузки (ковариаты) x^i, при которой эксплуатировался i-й объект, $i=\overline{1,n}$. Обозначим измерения показателя деградации для i-го объекта через

$$(0,Z_0^i),(t_1^i,Z_1^i),\ldots,(t_{k_i}^i,Z_{k_i}^i),\ j=\overline{1,k_i},$$

где k_i – это число измерений деградационного показателя во времени. Без потери общности будем считать, что начальное значение показателя деградации $Z_0^i=0$, $i=\overline{1,n}$.

Обозначим выборку приращений через

$$\mathbf{X}_n=\left\{\left(X_j^i=Z_j^i-Z_{j-1}^i,x^i\right),\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,k_i}\right\}.$$

Для оценивания неизвестных параметров деградационной модели воспользуемся *методом максимального правдоподобия*.

Пусть случайные процессы $Z_x^i(t)$, $i=\overline{1,n}$, подчиняются деградационной гамма-модели с математическим ожиданием $m_x\left(t;\gamma,\beta\right)$ и функцией от ковариат $r\left(x;\beta\right)$, тогда оценка максимального правдоподобия вектора параметров $\theta=\left(\sigma,\gamma,\beta\right)$ будет вычисляться в результате решения задачи оптимизации:

$$\ln L\left(\mathbf{X}_n,\theta\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k_i}\ln f_{Gamma}\left(X_j^i;\sigma,\Delta\nu_x\left(t_j^i\right)\right)\to\max_\theta , \qquad (7)$$

где $\Delta\nu_x\left(t_j^i\right)=\dfrac{m_x\left(t_j^i;\gamma,\beta\right)-m_x\left(t_{j-1}^i;\gamma,\beta\right)}{\sigma}$ – параметр формы.

В случае деградационной гамма-модели со случайным параметром, учитывая тот факт, что для данной модели параметр $\xi=\sigma^{-1}$ имеет гамма-распределение с параметрами δ^{-1} и η, функция правдоподобия будет записана как произведение совместных функций плотности приращений X_j^i и функции плотности случайного параметра:

$$L\left(\mathbf{X}_n\right)=\prod_{i=1}^{n} f\left(X_1^i, X_2^i, \ldots, X_{k_i}^i\right)=$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\int_{0}^{\infty}\left[\prod_{j=1}^{k_i} f_{Gamma}\left(X_j^i;\omega^{-1},\Delta\nu_x\left(t_j\right)\right)\right] f_{Gamma}\left(\omega,\delta^{-1},\eta\right)d\omega=$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\delta^{\eta}}{\Gamma(\eta)}\cdot\frac{\Gamma\left(\nu_x\left(t_k\right)\right)}{\left(Z_k^i+\delta\right)^{\nu_x\left(t_k\right)+\eta}}\cdot\prod_{j=1}^{k_i}\frac{\left(X_j^i\right)^{\Delta\nu_x\left(t_j\right)-1}}{\Gamma\left(\Delta\nu_x\left(t_j\right)\right)}\right],$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция Эйлера.

Если случайные процессы $Z_x^i(t)$, $i=\overline{1,n}$ подчиняются винеровской деградационной модели с математическим ожиданием $m_x\left(t;\gamma,\beta\right)$ и функцией от ковариат $r\left(x;\beta\right)$, тогда оценка максимального правдоподобия вектора параметров $\theta=\left(\sigma,\gamma,\beta\right)$ будет получена в результате оптимизации:

$$\ln L\left(\mathbf{X}_n,\theta\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k_i}\ln f_N\left(X_j^i;\Delta s_x\left(t_j^i\right),\Delta\zeta_x\left(t_j^i\right)\right)\to\max_{\theta}, \qquad (8)$$

где $\Delta s_x\left(t_j^i\right)=\gamma_0\left(\upsilon_x\left(t_j^i;\gamma,\beta\right)-\upsilon_x\left(t_{j-1}^i;\gamma,\beta\right)\right)$ – параметр сдвига, $\Delta\zeta_x\left(t_j^i\right)=\sigma\cdot\sqrt{\upsilon_x\left(t_j^i;\gamma,\beta\right)-\upsilon_x\left(t_{j-1}^i;\gamma,\beta\right)}$ – параметр масштаба.

Если же рассматривается винеровская деградационная модель со случайным параметром, где параметр $\xi=\gamma_0$ имеет усеченное нормальное распределение (5), функция правдоподобия будет записана аналогично деградационной гамма-модели со случайным параметром:

$$L\left(\mathbf{X}_n\right)=\prod_{i=1}^{n} f\left(X_1^i, X_2^i, \ldots, X_{k_i}^i\right)=$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\int_{0}^{\infty}\left[\prod_{j=1}^{k_i} f_N\left(X_j^i;\omega\cdot\upsilon_x(t),\sigma\sqrt{\upsilon_x(t)}\right)\right] f_{trunc}\left(\omega;\mu,\delta\right)d\omega.$$

Обязательным этапом построения деградационной модели надежности, впрочем, как и любой другой вероятностной модели, является проверка статистической гипотезы о виде модели. Данный этап включает в себя проверку предположений о виде функции распределения приращений деградационного показателя, функции тренда и функции от ковариат, а также проверку значимости дисперсии случайного параметра, если рассматривается деградационная модель со случайным параметром.

Наиболее популярными критериями для проверки гипотезы о виде распределения являются критерии согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга. Однако при проверке сложных гипотез условные распределения статистик данных критериев зависят от ряда факторов: от метода оценивания параметров, типа и числа оцениваемых параметров, а в случае таких законов как гамма- и бета-распределения, обратного гауссовского закона – от конкретных значений параметров формы[2]. Кроме того, в случае проверки сложных гипотез о виде деградационных моделей на распределения статистик критериев согласия, в общем случае, могут оказывать влияние вид функции тренда, функции от ковариат, а также план эксперимента.

Если наблюдается достаточно большой разброс значений деградационного показателя от объекта к объекту, то можно предположить, что более подходящей для описания деградационных процессов является модель со случайным параметром. Однако для проверки данного предположения требуется разработать специальные критерии для проверки значимости дисперсии случайного параметра.

Таким образом, актуальными задачами являются разработка алгоритма корректного применения критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга для проверки гипотез о виде деградационных моделей, а также разработка критериев для проверки гипотезы о незначимости дисперсии случайного параметра для деградационных гамма- и винеровской моделей.

Во второй главе приведены исследования влияния величины дисперсии случайного параметра на точность оценивания параметров гамма- и винеровских деградационных моделей, предложены критерии проверки гипотезы о незначимости дисперсии случайного параметра рассмотренных моделей, а также проведено исследование мощности предложенных критериев.

Вполне естественно, что процесс деградации развивается по-разному для различных объектов, и кажется разумным построение деградационной модели со случайным параметром, который отвечает за разброс значений показателя деградации от объекта к объекту. Однако выбор такой модели приводит к увеличению размерности вектора неизвестных параметров, так как помимо уже имеющихся параметров в модели, добавляются параметры распределения случайного параметра. Поэтому необходимо выяснить, позволяет ли введение случайного параметра в модель получить более точные оценки параметров.

В работе приведены результаты исследования точности получаемых оценок параметров для деградационных гамма- и винеровских моделей в зависимости от величины дисперсии случайного параметра. Дисперсия случайного параметра ξ определяется следующим образом:

− в случае деградационной гамма-модели:

$$D\xi = \eta / \delta^2 ,$$

− в случае винеровской модели:

$$- \ D\xi = \delta^2 \left(1 - \frac{\mu \cdot f_N\left(0;\mu,\delta\right)}{1 - F_N\left(0;\mu,\delta\right)} - \left(\frac{\delta \cdot f_N\left(0;\mu,\delta\right)}{1 - F_N\left(0;\mu,\delta\right)} \right)^2 \right).$$

[2] Лемешко Б.Ю. Модели распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез с использованием оценок максимального правдоподобия. Ч.I / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко // Измерительная техника, 2009. – № 6. – С.3–11.

В результате проведенных методами статистического моделирования исследований показано, что правильно выбранный тип деградационной модели (со случайным параметром или без) повысит точность оценивания параметров, а, следовательно, и позволит в дальнейшем получить более точную оценку надежности. В качестве примера на рисунке 1 представлены усредненные по 10000 экспериментам значения относительной погрешности оценки регрессионного параметра $\hat{\beta}$ деградационных гамма-моделей:

$$\psi = \left| \frac{\beta_{ист} - \hat{\beta}}{\beta_{ист}} \right|,$$

где $\beta_{ист}$ – истинное значение параметра β.

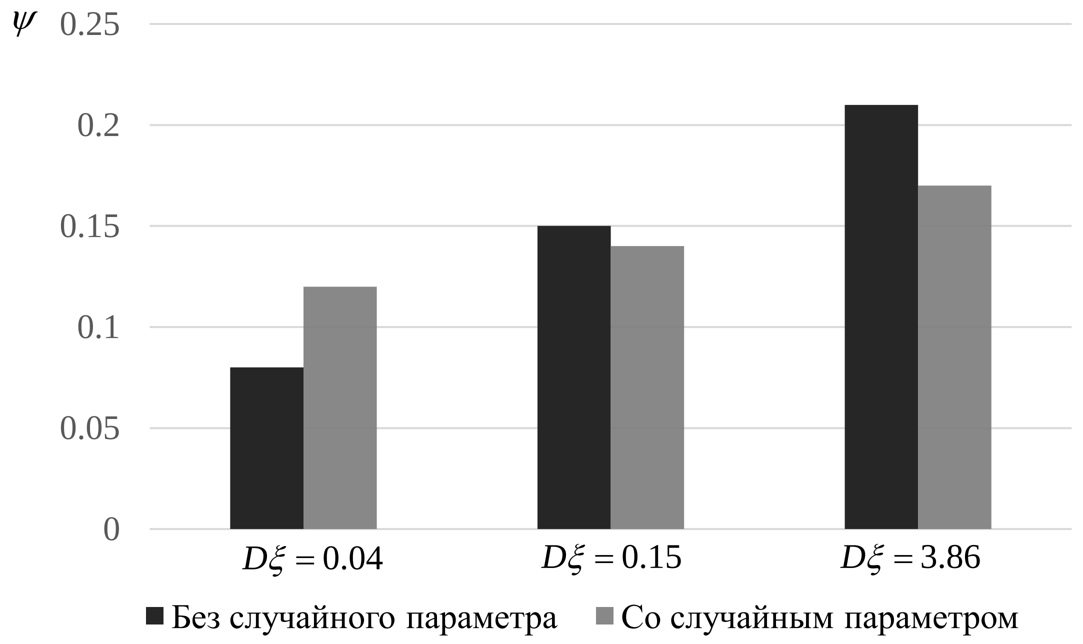

Рисунок 1 – Значения относительной погрешности ψ параметра β деградационных гамма-моделей

Как видно из рисунка 1, при небольшой величине дисперсии случайного параметра целесообразно рассматривать модель без случайного параметра, в то время как с ростом величины дисперсии случайного параметра ОМП регрессионного параметра оказывается точнее в случае модели со случайным параметром.

Пусть требуется проверить гипотезу о незначимости дисперсии случайного параметра деградационной модели:

$$H_0 : \xi = const .$$

Принятие данной гипотезы будет фактически означать, что исходные данные соответствуют деградационной модели без случайного параметра.

Конкурирующая гипотеза, соответствующая деградационной модели со случайным параметром, имеет вид:

$$H_1 : D\xi > 0.$$

Для проверки гипотезы H_0 в настоящей диссертационной работе предложены критерий отношения правдоподобия, а также критерий, основанный на оценке дисперсии случайного параметра.

Значение статистики критерия отношения правдоподобия рассчитывается как:

$$\lambda_n = \ln \frac{L(\mathbf{X}_n \mid H_1)}{L(\mathbf{X}_n \mid H_0)},$$

где $L(\mathbf{X}_n \mid H_0)$ – это значение максимума функции правдоподобия для деградационной модели без случайного параметра, $L(\mathbf{X}_n \mid H_1)$ – значение максимума функции правдоподобия для деградационной модели со случайным параметром. Нулевая гипотеза отклоняется при больших значениях λ_n.

Как известно, согласно лемме Неймана-Пирсона, критерий отношения правдоподобия является наиболее мощным при проверке лишь простых гипотез, чего нельзя сказать о нем в случае проверки сложных гипотез с учетом оценки параметров. Поэтому в качестве альтернативного подхода в диссертации предлагается критерий, основанный на оценке дисперсии случайного параметра деградационной модели.

При работе с деградационной гамма-моделью со случайным параметром вида (3) оценка дисперсии случайного параметра σ равна

$$d_n = \frac{\hat{\delta}_n^2}{(\hat{\eta}_n - 1)^2 (\hat{\eta}_n - 2)},$$

где $\hat{\delta}_n$ и $\hat{\eta}_n$ являются оценками максимального правдоподобия параметров формы и масштаба распределения случайного параметра σ, соответственно.

Для винеровской деградационной модели со случайным параметром вида (6) оценка дисперсии случайного параметра рассчитывается следующим образом:

$$d_n = \hat{\delta}_n^2 \left(1 - \frac{\hat{\mu}_n \cdot f_N\left(0; \hat{\mu}_n, \hat{\delta}_n\right)}{1 - F_N\left(0; \hat{\mu}_n, \hat{\delta}_n\right)} - \left(\frac{\hat{\delta}_n \cdot f_N\left(0; \hat{\mu}_n, \hat{\delta}_n\right)}{1 - F_N\left(0; \hat{\mu}_n, \hat{\delta}_n\right)} \right)^2 \right),$$

где $\hat{\mu}_n$ и $\hat{\delta}_n$ являются оценками максимального правдоподобия параметров сдвига и масштаба усеченного нормального распределения, соответственно.

Аналитический вид функции распределения статистик λ_n и d_n предложенных критериев неизвестен, так как на вид распределения влияет ряд факторов, таких как вид функции тренда, значения и число моментов замера показателя деградации, объем выборки и другие. Следовательно, применение данных критериев возможно только с использованием методов статистического моделирования в интерактивном режиме проверки гипотезы.

Алгоритм проверки гипотезы о незначимости дисперсии случайного параметра можно сформулировать следующим образом:

1. Сгенерировать выборку приращений для деградационной модели без случайного параметра в соответствии с заданными планом эксперимента и параметрами, представляющими собой значения оценок максимального правдоподобия, полученные по исходной выборке.
2. Методом максимального правдоподобия оценить параметры деградационной модели без случайного параметра по смоделированной выборке, полученной в пункте 1, используя функцию правдоподобия вида (2) в случае деградационной гамма-модели или вида (4) в случае винеровской деградационной модели.
3. Методом максимального правдоподобия оценить параметры деградационной модели со случайным параметром по смоделированной выборке, полученной в пункте 1, используя функцию правдоподобия вида (3) в случае деградационной гамма-модели или вида (6) в случае винеровской деградационной модели.
4. Вычислить значения статистик λ_n и d_n.
5. Повторив действия из пунктов 1 – 4 M число раз, получить эмпирическую функция распределения $G_M(s \mid H_0)$ для каждого из предложенных критериев.
6. Вычислить значения достигаемого уровня значимости $\alpha_n = 1 - G_M(S_n \mid H_0)$, где S_n – это соответствующее значение статистики (λ_n или d_n).
7. Если значение α_n меньше заданного уровня значимости α, то гипотеза H_0 отклоняется.

С помощью метода Монте-Карло проведено исследование мощности предложенных критериев для деградационной гамма-модели и винеровской деградационной модели при различных объемах выборок, моментах времени измерения показателя деградации, а также различной величине дисперсии случайного параметра. Оценки мощности критерия, основанного на оценке дисперсии случайного параметра, оказались несколько выше соответствующих оценок мощности критерия отношения правдоподобия при малых объемах выборок.

Основные результаты, представленные в главе 2, опубликованы в [2, 3, 8, 13].

В третьей главе представлены результаты исследования распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке простых и сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей, приведен алгоритм проверки сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей с использованием непараметрических критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга, а также продемонстрированы результаты исследования мощности данных критериев относительно близких конкурирующих гипотез, соответствующих различным видам деградационных моделей.

В случае деградационной гамма-модели гипотезу H_0 о виде модели можно записать следующим образом:

$$H_0: F_{\Delta Z_x(t)}(z) \in \left\{ F_{Gamma}\left(z;\sigma,\Delta\nu(t)\right),\ \Delta\nu(t) = \frac{m_x(t+\Delta t;\gamma,\beta) - m_x(t;\gamma,\beta)}{\sigma}, \right.$$
$$\left. \sigma,\gamma,\beta \in \Theta \right\}.$$

Когда же в рассмотрении находится винеровская деградационная модель, гипотеза H_0 принимает вид:

$$H_0: F_{\Delta Z_x(t)}(z) \in \left\{ F_N\left(z;\Delta s(t),\sigma\right),\ \Delta s(t) = \gamma_0\left(\upsilon_x\left(t+\Delta t;\gamma,\beta\right) - \upsilon_x\left(t;\gamma,\beta\right)\right), \right.$$
$$\left. \Delta\zeta(t) = \sigma\sqrt{\upsilon_x\left(t+\Delta t;\gamma,\beta\right) - \upsilon_x\left(t;\gamma,\beta\right)}, \gamma,\beta \in \Theta \right\}.$$

Для проверки гипотез о виде вероятностной модели по выборкам независимых одинаково распределенных случайных величин существует целый ряд критериев согласия, например критерии типа хи-квадрат, непараметрические критерии согласия Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова, Андерсона-Дарлинга и многие другие. Однако к выборке приращений $\mathbf{X}_n$ классические критерии согласия неприменимы, поскольку элементы данной выборки в общем случае не являются одинаково распределенными.

Введём следующее преобразование приращений деградационного показателя:

– для деградационной гамма-модели:

$$R_j^i = F_{Gamma}\left(X_j^i;\hat{\sigma},\Delta\nu\left(t_j^i\right)\right),\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,k_i}\ , \tag{9}$$

где $\Delta\nu\left(t_j^i\right) = \dfrac{m_x(t_j^i;\hat{\gamma},\hat{\beta}) - m_x(t_{j-1}^i;\hat{\gamma},\hat{\beta})}{\hat{\sigma}}$;

– для винеровской деградационной модели:

$$R_j^i = F_N\left(t;\Delta s\left(t_j^i\right),\Delta\zeta\left(t_j^i\right)\right), i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,k_i}\ , \tag{10}$$

где $\Delta s\left(t_j^i\right) = \gamma_0\left(\upsilon_x\left(t_j^i;\hat{\gamma},\hat{\beta}\right) - \upsilon_x\left(t_{j-1}^i;\hat{\gamma},\hat{\beta}\right)\right)$,

$\Delta\zeta\left(t_j^i\right) = \sigma\sqrt{\upsilon_x\left(t_j^i;\hat{\gamma},\hat{\beta}\right) - \upsilon_x\left(t_{j-1}^i;\hat{\gamma},\hat{\beta}\right)}$.

При справедливости гипотезы H_0:

$$R_j^i \sim Rav(0,1),\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,k_i}\ .$$

Таким образом, задача проверки гипотезы о виде распределения приращений сводится к проверке гипотезы о равномерном распределении случайных величин R_j^i, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,k_i}$.

Обозначим через $R^*_{(1)} \le R^*_{(2)} \le \ldots \le R^*_{(N)}$, $N = \sum_{i=1}^{n} k_i$ элементы вариационного ряда, построенного по выборке

$$\mathbf{R}_N = \left\{ R^i_j, i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,k_i} \right\}.$$

Для проверки гипотезы о принадлежности выборки $\mathbf{R}_N$ равномерному распределению $Rav(0,1)$ можно воспользоваться непараметрическими критериями согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга.

В результате исследования распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке простых и сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей показано, что при проверке сложных гипотез распределения статистик рассмотренных критериев зависят от вида проверяемой гипотезы: выбора функции тренда, функции от ковариат, а также от плана эксперимента.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что применение рассматриваемых критериев согласия для проверки сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей возможно только при моделировании распределений статистик в интерактивном режиме проверки гипотезы. В связи с этим, сформулирован алгоритм, позволяющий осуществлять корректную проверку гипотезы о виде деградационных гамма- и винеровской моделей:

1. По исходной выборке приращений показателя деградации найти ОМП параметров деградационной модели, соответствующей гипотезе H_0, по формуле (7) для деградационной гамма-модели или (8) для винеровской деградационной модели.
2. На основе деградационной модели с полученными оценками параметров сгенерировать выборку приращений $\mathbf{X}_n$ в соответствии с заданным планом эксперимента (при заданных значениях ковариаты, количествах объектов, соответствующих различным значениям ковариаты, и моментах времени измерения показателя деградации).
3. По полученной выборке $\mathbf{X}_n$ оценить параметры модели методом максимального правдоподобия по формуле (7) для деградационной гамма-модели или (8) для винеровской деградационной модели.
4. Сформировать выборку $\mathbf{R}_N$ по формуле (9) для деградационной гамма-модели или (10) для винеровской деградационной модели.
5. По выборке $\mathbf{R}_N$ вычислить значение статистики непараметрического критерия согласия.
6. Повторяя пункты 2 – 5 M раз, получить выборку статистик объёма M, на основе которой построить эмпирическую функцию распределения $G_M(s \mid H_0)$.

По полученному эмпирическому распределению $G_M(s \mid H_0)$ вычисляется оценка достигнутого уровня значимости $\alpha_N = 1 - G_M(S_N \mid H_0)$, где S_N –

значение соответствующей статистики, полученное по исходной выборке, по которой проверяется гипотеза H_0. Если α_N не превышает заданного уровня значимости α, то гипотеза H_0 отвергается.

В результате проведенных исследований мощности критериев типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга для деградационных гамма- и винеровской моделей показано, что на рассмотренных объемах выборок данные критерии способны различать близкие конкурирующие гипотезы, соответствующие различным видам деградационных моделей (различным распределениям приращений деградационного показателя, функциям тренда и функциям от ковариат).

Основные результаты, представленные в главе 3, опубликованы в [1, 8, 9, 12].

В четвертой главе представлено описание реализованных модулей программной системы статистического анализа данных типа времени жизни «LiTiS» для работы с деградационными моделями, продемонстрировано применение разработанных модулей для решения задач анализа надежности арсенид-галлиевых лазеров, углеродистых резисторов и турбовентиляторных двигателей.

Разработанные в рамках программной системы статистического анализа данных типа времени жизни «LiTiS» модули позволяют оценивать неизвестные параметры и проверять гипотезы относительно деградационных гамма- и винеровских моделей. Для проведения исследований статистических свойств ОМП параметров моделей и распределений статистик критериев проверки гипотез о незначимости дисперсии случайного параметра и о виде деградационной модели спроектирован соответствующий пользовательский интерфейс.

Реализованный функционал использовался при решении задач анализа надежности арсенид-галлиевых лазеров [3], углеродистых резисторов [1] и турбовентиляторных двигателей [13]. На основе построенных деградационных моделей вычислены показатели надежности, такие как вероятность безотказной работы за заданную наработку и время безотказной работы при заданных условиях эксплуатации.

В качестве примера рассмотрим задачу построения деградационной модели надежности по данным об арсенид-галлиевых (GaAs) лазерах. Ускоренным испытаниям на надежность в течение 4000 часов при повышенной до 80^{o}C температуре окружающей среды было подвергнуто 15 лазеров. За время испытаний для 3 лазеров потребляемый ток превысил номинальное значение на 10%, что является критерием выхода из строя. На рисунке 2 продемонстрированы графики изменения показателя деградации тестируемых лазеров.

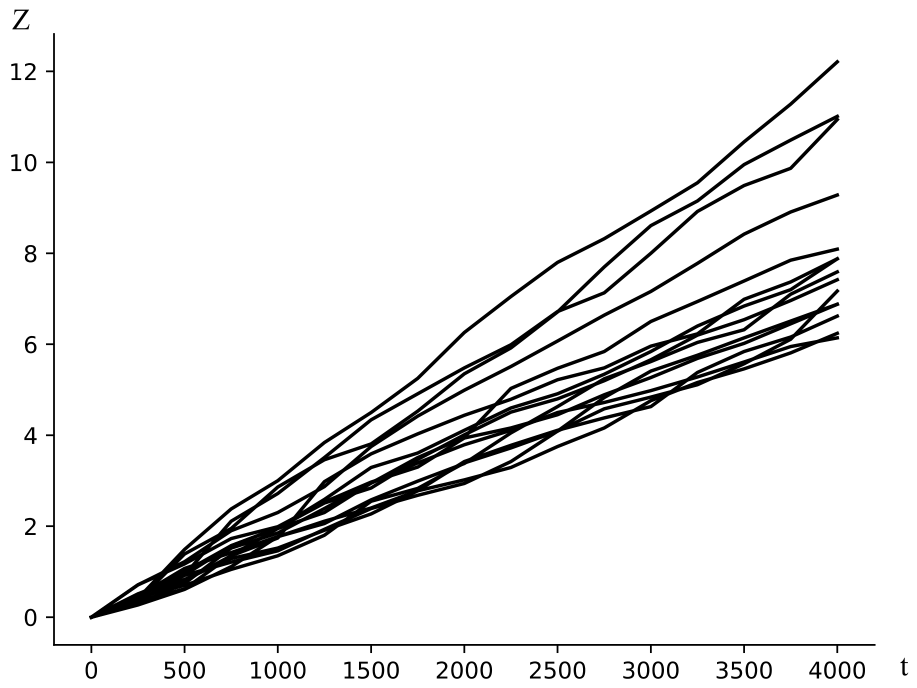

Рисунок 2 – Изменение деградационного показателя тестируемых арсенид-галлиевых лазеров

Глядя на графики, представленные на рисунке 2, действительно можно предположить, что разброс значений показателя деградации между объектами значим, а, следовательно, появляется необходимость проверки значимости дисперсии случайного параметра деградационной модели.

Следуя результатам, полученным в [10], в настоящей диссертационной работе предполагается, что наблюдаемые деградационные процессы подчиняются гамма-модели с линейным трендом. Для проверки гипотезы о незначимости дисперсии случайного параметра модели были применены критерии, предложенные во второй главе, и получены следующие результаты:

– $\lambda_n = 24.24$, $\alpha_n < 10^{-4}$ для критерия отношения правдоподобия;

– $d_n = 0.0001$, $\alpha_n < 10^{-4}$ для критерия, основанного на оценке дисперсии случайного параметра.

Поскольку достигаемый уровень значимости α_n меньше заданного уровня значимости $\alpha = 0.05$ для обоих критериев, гипотеза о незначимости дисперсии случайного параметра отвергается. Таким образом, можно сделать вывод о том, что модель со случайным параметром является более подходящей для данной задачи.

С учетом полученных значений оценок параметров деградационной гамма-модели со случайным параметром:

$$\hat{\delta}_n = 1.45,\ \hat{\eta}_n = 28.86,\ \hat{\gamma}_n = 0.002,$$

согласно выражению функции надежности деградационной гамма-модели (3), вероятность безотказной работы (надежность) данных лазеров на момент времени 5000 часов будет равна 0.67, что существенно ниже, чем предварительная оценка надежности производителя.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В соответствии с поставленными задачами получены следующие основные результаты:

1. В результате исследования статистических свойств ОМП параметров деградационных гамма- и винеровских моделей показано, что при небольшой величине дисперсии случайного параметра целесообразно рассматривать модель без случайного параметра, в то время как с ростом величины дисперсии случайного параметра ОМП параметров тренда и регрессионного параметра оказываются точнее в случае модели со случайным параметром.
2. Впервые предложены статистические критерии проверки гипотезы о незначимости дисперсии случайного параметра деградационных моделей: критерий отношения правдоподобия, а также критерий, основанный на оценке дисперсии случайного параметра. Применение критериев предполагает использование для формирования вывода о результатах проверки распределений статистик, получаемых методами имитационного моделирования в интерактивном режиме проверки гипотезы. Показано, что в случае рассмотренных пар конкурирующих гипотез и объемов выборок предложенные критерии являются близкими по мощности.
3. Разработан алгоритм проверки сложных гипотез о виде деградационных гамма- и винеровской моделей с использованием непараметрических критериев согласия типа Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга. Показано, что на рассмотренных объемах выборок данные критерии способны различать близкие конкурирующие гипотезы, соответствующие различным видам деградационных моделей.
4. На базе программной системы статистического анализа данных типа времени жизни «LiTiS» разработан программный модуль, позволяющий строить деградационные гамма- и винеровские модели надежности, осуществлять проверку значимости дисперсии случайного параметра и гипотез о виде модели, а также проводить исследования статистических свойств оценок параметров и распределений статистик критериев. Версия программной системы, в которую включен разработанный модуль, зарегистрирована в виде объекта интеллектуальной собственности как программа для ЭВМ.

Результаты диссертационного исследования и разработанная версия системы статистического анализа данных типа времени жизни «LiTiS» внедрены в практику деятельности ООО «Эко-Томск» и использовались для решения задачи анализа надежности турбовентиляторных двигателей, что подтверждено соответствующим актом внедрения.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК РФ:

1. **Четвертакова Е. С.** Построение гамма деградационной модели надежности с учетом влияния объясняющих переменных / Е.С. Четвертакова,

Е.В. Чимитова // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, 2014. – №4(29). – С. 51-60.

2. **Четвертакова Е.С.** Исследование деградационных гамма-моделей со случайным и фиксированным эффектами // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2018. Т. 22. № 6. С. 120–128.

3. **Chetvertakova E.**, Chimitova E. Testing significance of random effects for the gamma degradation model. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science], 2019 – Vol. 49.

Публикации в рецензируемых международных изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus

4. **Chetvertakova E.** The Wiener degradation model in reliability analysis / E. Chetvertakova, E. Chimitova // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016) : proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Pt. 1. – P. 488–490.

5. Chimitova E.V. The construction of degradation trend using the "random-effect" models / E. V. Chimitova, **E. S. Chetvertakova**, A. V. Faddeenkov // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016) : тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г. : в 12 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 378–380.

6. **Chetvertakova E.S.** Statistical degradation models for reliability analysis in non-destructive testing / E.S. Chetvertakova, E.V. Chimitova // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017. – Vol. 189. – 6 pp.

7. Chimitova E.V. A comparative analysis of the Wiener, gamma and inverse gaussian degradation models / E. V. Chimitova, **E. S. Chetvertakova**, S. A. Sergeeva, E. Osinceva // Applied methods of statistical analysis. Nonparametric methods in cybernetics and system analysis : proc. of the intern. workshop, Krasnoyarsk, 18–22 Sept. 2017. – Novosibirsk : NSTU, 2017. – P. 160–167.

8. **Chetvertakova E.** The Wiener degradation model with random effects in reliability metrology / E. S. Chetvertakova, E. V. Chimitova // Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing XI. – Glasgow : World Scientific, 2018. – P. 162–169.

9. **Chetvertakova E. S.**, Chimitova E. V. Goodness-of-fit testing for the degradation models in reliability analysis // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2018): тр. 14 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 2–6 окт. 2018 г. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2018. – Т.1, ч. 4. – С. 45–48.

Прочие публикации в рецензируемых научных изданиях:

10. **Четвертакова Е.С.** Построение гамма деградационной модели надежности с учетом влияния объясняющих переменных / Е. С. Четвертакова, Е. В. Чимитова // Труды XII международной научно-технической

конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», 2-4 октября 2014 г., г. Новосибирск. – Т. 6. – С. 73-78.

11. **Chetvertakova E.S.** A comparison of the “fixed-effect” and “random-effect” gamma degradation models / E.S. Chetvertakova, E.V. Chimitova // Applied methods of statistical analysis. Nonparametric approach, AMSA’2015, 14–19 September 2015: Proceedings of the international workshop. – Novosibirsk, 2015. – pp.161-169.

12. **Chetvertakova E.** Testing Goodness-Of-Fit of the Gamma Degradation Model / E. Chimitova, E. Chetvertakova // Eighth International Workshop on Simulation (IWS 2015) : abs. of the intern. workshop, 21–25 Sept. 2015, Vienna (Austria), 2015.

13. **Четвертакова Е.С.**, Чимитова Е.В. Проверка значимости случайного эффекта для винеровской деградационной модели // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 3 (83). – С. 129–142.

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ:

14. Чимитова Е.В., Семенова М.А., **Четвертакова Е.С.**, Вожов С.С. Система статистического анализа данных типа времени жизни «LiTiS 1.3»., Программа для ЭВМ 20166191972, Сентябрь 1, 2016.

Подписано в печать 01.03.2022 г. Формат 60 x 84 x 1/16
Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Печ. л. 1.5.
Заказ № 3110

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр-т К. Маркса, 20. Тел. 8 (383) 346-08-57